

Αδιαστατοποιημένο Κριτήριο Αστοχίας Τοιχοποιίας υπό Διαξονική ένταση Non-Dimensional Masonry Failure Criterion under Biaxial Stress

Π. Γ. ΑΣΤΕΡΗΣ¹, Κ.Α. ΣΥΡΜΑΚΕΖΗΣ²

Λέξεις κλειδιά: Τοιχοποιία, κριτήριο αστοχίας, κυβικό τανυστικό πολυώνυμο

ΠΕΡΙΛΗΨΗ : Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται μία μέθοδος για τον προσδιορισμό της επιφάνειας της τοιχοποιίας υπό διαξονική ένταση. Ειδικότερα προτείνεται η χρήση του κυβικού τανυστικού πολυωνύμου και μάλιστα σε αδιαστατοποιημένους όρους έντασης. Η προτεινόμενη μεθοδολογία εφαρμόζεται με επιτυχία για τον προσδιορισμό του κριτηρίου αστοχίας μιας ανισότροπης τοιχοποιίας της οποίας η συμπεριφορά στη φάση της αστοχίας έχει μελετηθεί πειραματικά.

ABSTRACT : This paper presents a method to define a general non-dimensional anisotropic (orthotropic) failure surface for the masonry material under biaxial stress, using a cubic tensor polynomial. The evaluation of strength parameters is performed using existing experimental data via a least squares approach. The derived failure surface is shown to be in good agreement with classical experimental results.

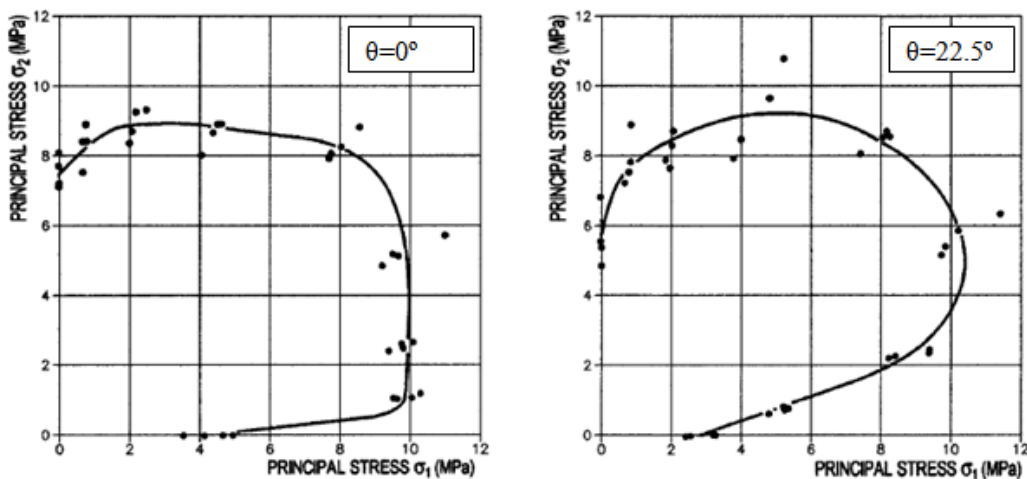
ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Παρόλο ότι η τοιχοποιία, είναι ένα από τα αρχαιότερα δομικά στοιχεία, οι γνώσεις για την μηχανική συμπεριφορά της, και ιδιαίτερα για την συμπεριφορά της στη φάση της αστοχίας, εξακολουθούν να είναι αρκετά περιορισμένες. Μόνο δε, τις τελευταίες τρεις δεκαετίες, η τοιχοποιία τόσο από πλευράς μηχανικής, όσο και από πλευράς ανάλυσης, αποτελεί αντικείμενο συστηματικής έρευνας, τόσο στην Ελλάδα, όσο και διεθνώς.

¹ Επίκουρος Καθηγητής, Ανώτατη Σχολή Παιδαγωγικής & Τεχνολογικής Εκπαίδευσης, email: pasteris@otenet.gr

² Καθηγητής, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, email: isaarsyr@central.ntua.gr

Μία αποτελεσματική διερεύνηση της συμπεριφοράς των κατασκευών από τοιχοποιία, με χρήση σύγχρονων μεθόδων ανάλυσης, προϋποθέτει την ύπαρξη αναλυτικών μαθηματικών προσομοιωμάτων, τα οποία να περιγράφουν ικανοποιητικά τη συμπεριφορά της τοιχοποιίας. Η περίπλοκη όμως μηχανική συμπεριφορά της και η έντονα ανισότροπη φύση της (Σχήμα 1), καθιστά ιδιαίτερα δύσκολη μία τέτοια αναλυτική διατύπωση, ειδικά στη φάση της αστοχίας. Παρά ταύτα, αρκετές προτάσεις αναλυτικών μαθηματικών προσομοιωμάτων έχουν προταθεί ((Dhanasekar, Page and Kleeman, 1985, Vratsanou, 1992, Syrmakezis et al., 1995, Syrmakezis et al., 1997, Syrmakezis and Asteris 2001, Bortolotti, Carta and Cireddu 2005). Μία παράλληλη εξέλιξη στον πειραματικό τομέα παρέχει ουσιαστική υποστήριξη στις αναλυτικές προσπάθειες (Samarasinghe, 1980, Page, 1980, Page, 1981, Tassios et al., 1989). Κύριο γνώρισμα των περισσότερων προτάσεων αποτελεί το ότι για την περιγραφή των επιφάνειας αστοχίας προτείνονται περισσότερες της μίας συναρτήσεις συνήθως διαφορετική για κάθε εντατική περιοχή.



Σχήμα 1. Καμπύλες αστοχίας τοιχοποιίας υπό διαξονική θλίψη σε όρους κυρίων τάσεων $\sigma_1, \sigma_2, \theta$ (Page 1981).

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑ

Για τον προσδιορισμό της επιφάνειας αστοχίας της τοιχοποιίας προτείνεται η χρήση του κυβικού τανυστικού πολωνύμου το οποίο και έχει προταθεί για σύνθετα υλικά. Ειδικότερα η επιφάνεια αστοχίας μπορεί να περιγραφεί από την παρακάτω εξίσωση (Tsai and Wu 1971, Wu 1972, Jiang and Tennyson 1989, Syrmakezis and Asteris 2001, Asteris and Syrmakezis 2009):

$$\left(\sigma_{\ell}\right) = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j + F_{ijk} \sigma_i \sigma_j \sigma_k + \dots - 1 = 0 \quad (1)$$

Όπου σ_{ℓ} ($\ell = 1, 2, \dots, 6$) οι συνιστώσες της έντασης και F_i, F_{ij}, F_{ijk} ($i, j, k = 1, 2, \dots, 6$) οι τανυστές αντοχής δευτέρας, τετάρτης και έκτης τάξης αντίστοιχα. Προφανώς για τιμές $\sigma_{\ell} < 0$ δεν υπάρχει αστοχία, ενώ για $\sigma_{\ell} > 0$ η αστοχία έχει ήδη επέλθει.

Με κατάλληλες παραδοχές βασιζόμενες κυρίως στην συμμετρία του υλικού (Jiang and Tennyson 1989, Syrmakezis and Asteris 2001, Asteris and Syrmakezis 2009) η παραπάνω πολυωνυμική εξίσωση για την περίπτωση της επίπεδης έντασης και επιλέγοντας τις ορθές τάσεις $(\sigma_x, \sigma_y, \tau)$ αντί των $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6)$, η εξίσωση 1 γράφεται:

$$\begin{aligned} f(\sigma_x, \sigma_y, \tau) = & F_1 \sigma_x + F_2 \sigma_y + F_{11} \sigma_x^2 + F_{22} \sigma_y^2 + F_{66} \tau^2 + 2F_{12} \sigma_x \sigma_y + 3F_{112} \sigma_x^2 \sigma_y + \\ & + 3F_{122} \sigma_x \sigma_y^2 + 3F_{166} \sigma_x \tau^2 + 3F_{266} \sigma_y \tau^2 - 1 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Για τον προσδιορισμό του κριτηρίου αστοχίας εναπομένει ο υπολογισμός των παραμέτρων αντοχής δηλαδή των τανυστών F , ο οποίος και παρουσιάζεται διεξοδικά στην αμέσως επόμενη παράγραφο.

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΑΝΤΟΧΗΣ

Ο προσδιορισμό των παραμέτρων αντοχής F πραγματοποιείται σε δύο διακριτά βήματα. Στο πρώτο βήμα υπολογίζονται οι συντελεστές (F_i, F_{ii}) ενώ στο δεύτερο βήμα οι εναπομείναντες (F_{ij}, F_{ijk}).

Βήμα 1ο: Οι παράμετροι F_i και F_{ii} , μπορούν να προσδιοριστούν χρησιμοποιώντας τις μοναξονικές εφελκυστικές και θλιπτικές αντοχές κατά μήκος των αξόνων x και y , καθώς επίσης και την αντοχή σε διάτμηση στο επίπεδο xy . Ειδικότερα συμβολίζοντας με X και X' τις μονοαξονικές αντοχές σε εφελκυσμό και θλίψη αντίστοιχα κατά μήκος του άξονα x (άξονας παράλληλος στους οριζόντιους αρμούς της τοιχοποιίας) τα δύο σημεία τομής της επιφάνειας αστοχίας της τοιχοποιίας με τον άξονα των x είναι το $(X, 0, 0)$ και $(-X', 0, 0)$. Για αυτά τα δύο σημεία (συνοριακές τιμές) η εξίσωση 2 γράφεται:

$$F_1 X + F_{11} X^2 = 1, \quad -F_1 X' + F_{11} X'^2 = 1 \quad (3)$$

Η λύση της οποίας δίδει τις τιμές των παρακάτω συντελεστών:

$$F_1 = \frac{1}{X} - \frac{1}{X'}, \quad F_{11} = \frac{1}{XX'} \quad (4)$$

Αντίστοιχα με χρήση των μονοαξονικών αντοχών στον άξονα y (άξονας κάθετος στους οριζόντιους αρμούς της τοιχοποιίας), προκύπτουν οι τιμές των παρακάτω συντελεστών:

$$F_2 = \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}, \quad F_{22} = \frac{1}{YY'} \quad (5)$$

Τέλος με δοκιμή της τοιχοποιίας σε καθαρή διάτμηση καθορίζονται τα σημεία της επιφάνειας (0, 0, S) και (0, 0, -S) για τα οποία από την εξίσωση 2 προκύπτει ότι:

$$F_{66} = \frac{1}{S^2} \quad (6)$$

Βήμα 2ο: Για τον πλήρη καθορισμό του κριτηρίου αστοχίας της τοιχοποιίας υπό διαξονική ένταση (Εξίσωση 2) εναπομένει ο υπολογισμός των εναπομεινάντων τανυστών αντοχής F_{12} , F_{112} , F_{122} , F_{166} και F_{266} ο οποίος και πραγματοποιείται με χρήση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων. Ειδικότερα οι συντελεστές μπορούν να προκύψουν από την λύση του παρακάτω συστήματος:

$$\frac{\partial E_v}{\partial F_{12}} = 0, \quad \frac{\partial E_v}{\partial F_{112}} = 0, \quad \frac{\partial E_v}{\partial F_{122}} = 0, \quad \frac{\partial E_v}{\partial F_{166}} = 0, \quad \frac{\partial E_v}{\partial F_{266}} = 0 \quad (7)$$

όπου:

$$E_v = \sum_{i=1}^v \left(F_1 \sigma_{xi} + F_2 \sigma_{yi} + F_{11} \sigma_{xi}^2 + F_{22} \sigma_{yi}^2 + F_{66} \tau_i^2 + 2F_{12} \sigma_{xi} \sigma_{yi} + 3F_{112} \sigma_{xi}^2 \sigma_{yi} + 3F_{166} \sigma_{xi} \tau_i^2 + 3F_{266} \sigma_{yi} \tau_i^2 - 1 \right)^2 \quad (8)$$

και $(\sigma_{xi}, \sigma_{yi}, \tau_i)$ ($i=1,2,\dots,v$) η ν-άδα των πειραματικών δεδομένων των οποίων και επιδιώκουμε την βέλτιστη προσέγγιση.

Η επιφάνεια που αντιστοιχεί στις προκύπτουσες τιμές των συντελεστών F_{12} , F_{112} , F_{122} , F_{166} and F_{266} πρέπει να ελεγχθεί εάν είναι κλειστή. Για τον σκοπό αυτό ελέγχεται κατά πόσον η ολική κατά Gauss καμπυλότητα K είναι θετική σε όλα τα σημεία της επιφάνειας, δηλαδή (Stoker 1969, Mishchenko, Solovyev and Fomenko 1985):

$$K = -\frac{1}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \tau}\right)^2} D > 0 \quad (9)$$

ή, επειδή ο παρανομαστής είναι πάντα θετικός:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \sigma_x^2} & \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \sigma_x \partial \sigma_y} & \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \sigma_x \partial \tau} & \frac{\partial \Delta}{\partial \sigma_x} \\ \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \sigma_x \partial \sigma_y} & \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \sigma_y^2} & \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \sigma_y \partial \tau} & \frac{\partial \Delta}{\partial \sigma_y} \\ \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \sigma_x \partial \tau} & \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \sigma_y \partial \tau} & \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \tau^2} & \frac{\partial \Delta}{\partial \tau} \\ \frac{\partial \Delta}{\partial \sigma_x} & \frac{\partial \Delta}{\partial \sigma_y} & \frac{\partial \Delta}{\partial \tau} & 0 \end{vmatrix} < 0 \quad (10)$$

Εάν η παραπάνω συνθήκη δεν ικανοποιείται τότε η εξίσωση 2 δεν αντιστοιχεί σε κλειστή επιφάνεια. Αυτό είναι αρκετά σύνηθες και τούτο λόγω του ότι, ο προσδιορισμός των συντελεστών με χρήση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων, απαιτεί σημαντικό αριθμό πειραματικών δεδομένων, για να οδηγήσει σε κλειστή επιφάνεια αστοχίας, και μάλιστα απαιτεί δεδομένα για όλους τους δυνατούς συνδυασμούς της έντασης (διαξονική θλιπτική, εφελκυστική και ετερόσημη ένταση). Η απαίτηση αυτή εκτός του ότι αυξάνει κατά πολύ το κόστος μιας τέτοιας διερεύνησης για κάποιες περιοχές της έντασης είναι και δύσκολα πραγματοποιήσιμη.

Όταν η προκύπτουσα επιφάνεια δεν είναι κλειστή προτείνεται η αναζήτηση, αντί του ακρότατου (δηλαδή της λύσης του συστήματος 7), το τοπικά ελάχιστο ακρότατο στις περιοχές εξασφάλισης του κλειστού της επιφάνειας αστοχίας ή αλλιώς της ικανοποίησης της συνθήκης 10. Προκειμένου να αναζητηθούν τα όρια των περιοχών αυτών, γίνεται παραμετρική διερεύνηση ως προς μία των πέντε παραμέτρων/τανυστών, π.χ. τη σταθερά F_{12} . Για διάφορες τιμές της F_{12} ($-\infty \leq F_{12} \leq +\infty$), επίσης από το σύστημα των εξισώσεων 7, προκύπτουν οι τιμές των υπολοίπων τεσσάρων σταθερών F_{112} , F_{122} , F_{166} και F_{266} . Η προτεινόμενη μεθοδολογία μας παρέχει/αποκαλύπτει το σύνολο των κλειστών επιφανειών του κυβικού τανυστικού πολυωνύμου και μεταξύ αυτών την βέλτιστη προς τα πειραματικά δεδομένα (είναι αυτή που αντιστοιχεί στην μικρότερη απόκλιση δηλαδή στην μικρότερη τιμή για την συνάρτηση της εξίσωσης 8).

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Σε εφαρμογή των παραπάνω, αναπτύχθηκε στο Εργαστήριο Στατικής και Αντισεισμικών Ερευνών του Ε.Μ.Π. κατάλληλο λογισμικό. Με χρήση αυτού του λογισμικού προσδιορίζεται η επιφάνεια αστοχίας για μία πραγματική περίπτωση υλικού τοιχοποιίας η οποία έχει διερευνηθεί πειραματικά από τον Page (1981)

καθώς επίσης τα αποτελέσματά της έχουν χρησιμοποιηθεί και από πολλούς άλλους ερευνητές (Dhanasekar, Page and Kleeman 1985, Naraine and Sinha 1991, Bortolotti, Carta and Cireddu 2005). Όπως περιγράφηκε παραπάνω ο προσδιορισμός των παραμέτρων πραγματοποιείται σε δύο βήματα.

Βήμα 1ο: Οι παράμετροι F_i και F_{ii} , υπολογίζονται από τις εξισώσεις 4-6 χρησιμοποιώντας τις πειραματικές μονοαξονικές αντοχές του Πίνακα 1. Οι τιμές των συντελεστών (F_i, F_{ii}) δίδονται στον Πίνακα 2.

Πίνακας 1. Μονοαξονικές αντοχές τοιχοποιίας (Page 1981)

X (MPa)	X' (MPa)	Y (MPa)	Y' (MPa)	S = S' (MPa)
0,40	4,3625	0,10	7,555	0,40

Πίνακας 2. Συντελεστές F_i , και F_{ii}

F_1 (MPa) ⁻¹	F_{11} (MPa) ⁻²	F_2 (MPa) ⁻¹	F_{22} (MPa) ⁻²	F_{66} (MPa) ⁻²
0.227E+01	0.573E+00	0.987E+01	0.132E+01	0.625E+01

Βήμα 2ο: Για τον προσδιορισμό των πέντε εναπομεινάντων παραμέτρων $F_{12}, F_{112}, F_{122}, F_{166}$, και F_{266} γίνεται χρήση των πειραματικών δεδομένων του Πίνακα 3. Από το σύστημα 7 με χρήση των πειραματικών αυτών δεδομένων προκύπτουν τιμές για τις παραμέτρους οι οποίες δεν αντιστοιχούν σε κλειστή επιφάνεια αστοχίας.

Εφόσον η λύση δεν εξασφαλίζει το κλειστό της επιφάνειας γίνεται παραμετρική διερεύνηση ως προς τη σταθερά F_{12} . Η βέλτιστη λύση αντιστοιχεί για τιμή της $F_{12} = -0.150 \text{ (MPa)}^{-2}$, για την οποία οι τιμές των υπολοίπων παραμέτρων είναι: $F_{112} = 0.3195E-02 \text{ (MPa)}^{-3}$, $F_{122} = 0.1045E-02 \text{ (MPa)}^{-3}$, $F_{166} = 0.9466E-01 \text{ (MPa)}^{-3}$ και $F_{266} = 0.1563E+00 \text{ (MPa)}^{-3}$.

Για τις τιμές αυτές το κριτήριο αστοχίας περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$2.27\sigma_x + 9.87\sigma_y + 0.573\sigma_x^2 + 1.32\sigma_y^2 + 6.25\tau^2 - 0.30\sigma_x\sigma_y + 0.009585\sigma_x^2\sigma_y + 0.003135\sigma_x\sigma_y^2 + 0.28398\sigma_x\tau^2 + 0.4689\sigma_y\tau^2 = 1 \quad (11)$$

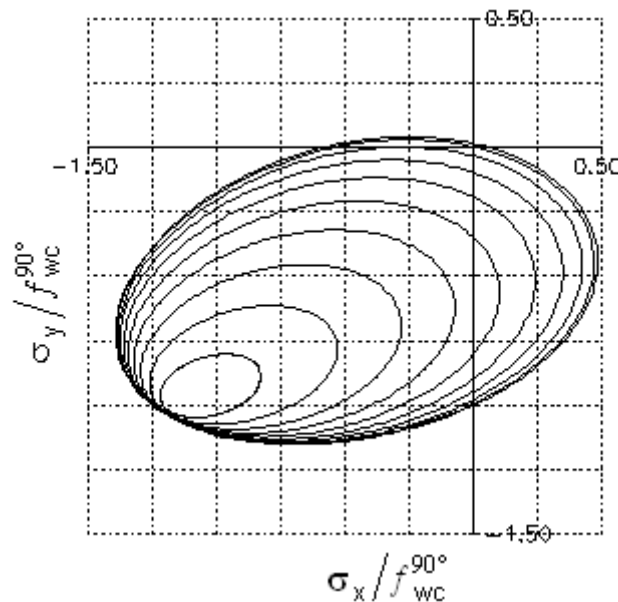
Πίνακας 3. Δεδομένα διαξονικών δοκιμών (Page 1981)

α/α	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ (MPa)
1	-0.727	-7.542	0.000
2	-0.727	-8.417	0.000
3	-2.272	-9.250	0.000
4	-2.181	-8.750	0.000
5	-4.545	-8.667	0.000
6	-7.909	-7.791	0.000
7	-8.818	-8.750	0.000
8	-9.454	-4.792	0.000
9	-9.590	-2.333	0.000
10	-11.273	-5.583	0.000
11	-9.272	-1.000	0.000
12	-4.181	-8.000	0.000
13	-9.909	-5.042	0.000
14	-8.308	-8.475	0.084
15	-4.555	-1.310	-1.622
16	-5.821	-5.821	3.571
17	-6.620	-6.620	2.120
18	-5.821	-5.821	-3.571
19	-6.620	-6.620	-2.120
20	-8.273	-8.475	-0.084
21	-5.227	-1.310	1.622
22	-4.181	-8.000	0.000
23	-9.909	-5.042	0.000

Το κυριότερο μειονέκτημα αυτού του ανισότροπου κριτηρίου αστοχίας της τοιχοποιίας είναι το ότι μπορεί να εφαρμοσθεί μόνο για το συγκεκριμένο υλικό τοιχοποιίας το οποίο έχει μελετηθεί από τον Page (1981). Για το σκοπό αυτό θα ήταν ιδιαίτερα χρήσιμο να διατυπωθεί το εν λόγω κριτήριο σε αδιαστατοποιημένη μορφή έτσι ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί από πλήθος άλλων υλικών τοιχοποιίας με ανάλογες αντοχές. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με το να διαιρέσουμε και να πολλαπλασιάσουμε την ίδια στιγμή κάθε όρο της εξίσωσης 11 με μία από τις μονοαξονικές αντοχές της τοιχοποιίας και μάλιστα αυξημένη κατά τέτοιο βαθμό όσος είναι το άθροισμα των εκθετών των τάσεων/μεταβλητών σ_x, σ_y, τ . Επιλέγουμε την χρήση της μονοαξονικής θλιπτικής αντοχής Y' (κάθετα στους οριζόντιους αρμούς της τοιχοποιίας) η οποία σε όρους τοιχοποιίας συμβολίζεται με το σύμβολο $f_{wc}^{90^\circ}$. Η εξίσωση 11 γράφεται με την παρακάτω αδιαστατοποιημένη μορφή:

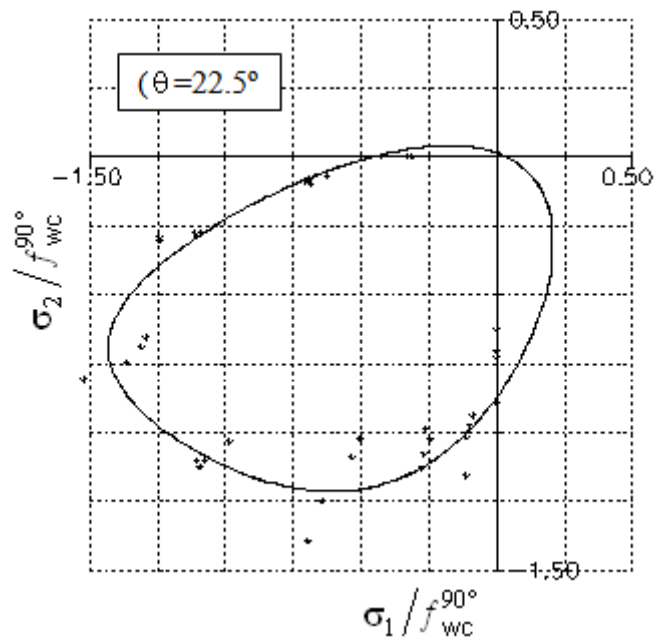
$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & 17.15 \left(\frac{\sigma_x}{f_{wc}^{90^\circ}} \right) + 74.57 \left(\frac{\sigma_y}{f_{wc}^{90^\circ}} \right) + 32.71 \left(\frac{\sigma_x}{f_{wc}^{90^\circ}} \right)^2 + 75.34 \left(\frac{\sigma_y}{f_{wc}^{90^\circ}} \right)^2 + 356.74 \left(\frac{\tau}{f_{wc}^{90^\circ}} \right)^2 \\
 & - 17.12 \left(\frac{\sigma_x}{f_{wc}^{90^\circ}} \right) \left(\frac{\sigma_y}{f_{wc}^{90^\circ}} \right) + 4.13 \left(\frac{\sigma_x}{f_{wc}^{90^\circ}} \right)^2 \left(\frac{\sigma_y}{f_{wc}^{90^\circ}} \right) + 1.35 \left(\frac{\sigma_x}{f_{wc}^{90^\circ}} \right) \left(\frac{\sigma_y}{f_{wc}^{90^\circ}} \right)^2 \\
 & + 122.46 \left(\frac{\sigma_x}{f_{wc}^{90^\circ}} \right) \left(\frac{\tau}{f_{wc}^{90^\circ}} \right)^2 + 202.20 \left(\frac{\sigma_y}{f_{wc}^{90^\circ}} \right) \left(\frac{\tau}{f_{wc}^{90^\circ}} \right)^2 = 1
 \end{aligned} \right| \quad (12)
 \end{aligned}$$

Η γραφική παράσταση της επιφάνειας αστοχίας απεικονίζεται στο σχήμα 2.

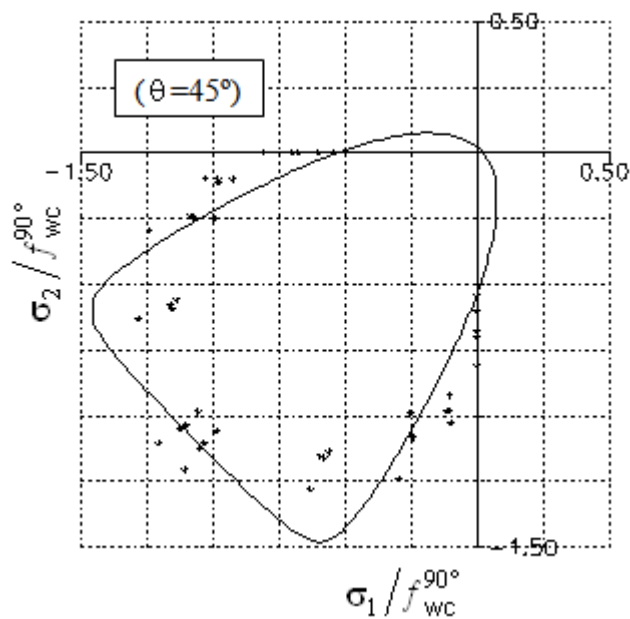


Σχήμα 2. Αδιαστατοποιημένη επιφάνεια αστοχίας της τοιχοποιίας σε όρους ορθών τάσεων ($\tau/f_{wc}^{90^\circ}=0.00$ έως 0.45 με βήμα 0.05)

Στα σχήματα 3 και 4 απεικονίζονται οι αδιαστατοποιημένες καμπύλες αστοχίας της τοιχοποιίας σε όρους κυρίων τάσεων για δύο χαρακτηριστικές τιμές της γωνίας θ (22.5° και 45°) μαζί με τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα του Page (1981). Από τα σχήματα αυτά προκύπτει ικανοποιητική προσέγγιση των πειραματικών δεδομένων από το προτεινόμενο αδιαστατοποιημένο ανισότροπο κριτήριο αστοχίας της τοιχοποιίας.



Σχήμα 3. Αδιαστατοποιημένη καμπύλη αστοχίας της τοιχοποιίας σε όρους ορθών τάσεων.



Σχήμα 4. Αδιαστατοποιημένη καμπύλη αστοχίας της τοιχοποιίας σε όρους ορθών τάσεων.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία παρουσιάστηκε ένα αδιαστατοποιημένο κριτήριο αστοχίας της τοιχοποιίας υπό επίπεδη εντατική κατάσταση. Στα κυριότερα πλεονεκτήματα της μεθόδου συγκαταλέγονται α) η επίτευξη του κλειστού της επιφάνειας αστοχίας, β) η διατύπωση του κριτηρίου μέσω μίας και μόνης συνάρτησης (κυβικό τανυστικό πολυώνυμο) καθιστώντας έτσι εύκολη την ενσωμάτωση αυτού σε υφιστάμενα λογισμικά, και γ) η δυνατότητα ικανοποιητικής προσέγγισης της συμπεριφοράς της τοιχοποιίας στη φάση της αστοχίας.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Asteris, P. G., and Syrmakezis, C. A., “Non-Dimensional Masonry Failure Criterion under Biaxial Stress State”, in Proceedings of the 11th Canadian Masonry Symposium, Toronto, Ontario, May 31-June 3 (2009).

Bortolotti, L., Carta, S., and Cireddu, D., “Unified Yield Criterion for Masonry and Concrete in Multiaxial Stress States”. Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE, Vol. 17, No. 1 (2005) 54-62.

Dhanasekar, M., Page, A. W., and Kleeman P. W., “The failure of brick masonry under biaxial stresses”. Proceedings, *The Institution of Civil Engineers, Part 2*, 79 (1985) 295-313.

Jiang, Z., and Tennyson, R. C., “Closure of the cubic tensor polynomial failure surface”. Journal of Composite Materials, Vol. 23 (1989) 208-231.

Mishchenko, A. S., Solovyev, Yu. P., and Fomenko, A. T., «Problems in Differential Geometry and Topology», Translated from the Russian by Oleg Efimov, Mir Publishers, Moscow (1985).

Naraine, K., and Sinha, S., “Cyclic Behavior of Brick Masonry under Biaxial Compression”. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 117, No. 5 (1991) 1336-1355.

Page, A. W., “A biaxial failure criterion for brick masonry in the tension-tension range”. The International journal of Masonry Construction, Vol. 1, No. 1 (1980) 26-30.

Page, A. W., “The biaxial compressive strength of brick masonry”. Proc. Instn Civ. Engrs, Part 2, Vol. 71, Sept. (1981) 893-906.

Samarasinghe, W., «The in-plane failure of brickwork», PhD thesis, University of Edinburgh (1980)

Stoker, J. J., «Differential Geometry», Wiley (1969).

Syrmakezis, C.A., Chronopoulos, M.P., Sophocleous, A.A. and Asteris, P.G., “Structural analysis methodology for historical buildings”, in Proceedings of the Fourth International Conference on Structural Studies of Historical Buildings, STREMA 95, Vol. 1, pp. 373-382, 30 May 1995, Crete, Greece.

Syrmakezis, C.A., Asteris, P.G., and Sophocleous, A.A., “Earthquake resistant design of masonry tower structures”, in Proceedings of the Fifth International

Conference on Structural Studies of Historical Buildings, STREMA 97, 25-27 June, 1997, San Sebastian, Spain.

Syrmakizis, C. A., and Asteris, P. G., "Masonry Failure Criterion under Biaxial Stress State". Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE, Vol. 13, No. 1 (2001) 58-64.

Tassios T.P., and Vachliotis Ch., . "Failure of masonry under heterosemous biaxial stresses", in Proceedings of the Int. Conf. Conservation of Stone, Masonry-Diagnosis, Repair and Strengthening, Athens, 1989.

Tsai, S. W., and Wu, E. M., "A general failure criterion for anisotropic materials" Journal of Composite Materials, Vol. 5 (1971) 58-80.

Vratsanou V., «Das nichtlineare Verhalten unbewehrter Mauerwerksscheiben unter Erdbebenbeanspruchung - Hilfsmittel zur Bestimmung der q-Faktoren-», Zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH), 1992.

Wu, E. M., "Optimal experimental measurements of anisotropic failure tensors". Journal of Composite Materials, Vol. 6 (1972) 472-480.

Wu, E. M., and Scheublein, J. K., "Laminate Strength - A Direct Characterization Procedure". Composite materials: Testing and Design (Third Conference), ASTM STP 546, American Society for Testing and Materials (1974) 188-201.